Universidad Nacional de La Plata – Facultad de Ciencias Exactas
Análisis Matemático II (CIBEX) – Segundo Semestre de 2021

**EVALUACIÓN TEÓRICO-PRÁCTICA: 2do PARCIAL – 2da FECHA**
**17/12/2021**

*Apellido y Nombre:* Gd ............................................................

*Comisión:* .................... *Carrera:* .................... *Número de alumno:* ....................

1. (a) Sea $D \subset R^2$ una región plana, delimitada por las gráficas de $y = 2x^2$ e $y = 2$. Graficar $D$. Plantear y resolver una integral doble que permita obtener Area$(D)$. ¿Cuál es el área de la porción de $D$ que se encuentra en el primer cuadrante? Justificar todos los procedimientos.

   (b) La integral triple
$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{2-2z} dy\, dz\, dx$$
   permite calcular el volumen $V$ de un sólido $B$. ¿Qué forma tiene dicho sólido? Graficarlo y marcar las superficies que rodean a $B$. Resolver la integral para hallar Vol$(B)$.
   Justificar si el siguiente enunciado es verdadero o falso: Si el material que forma el sólido tiene una densidad que aumenta con la altura $z$, su masa es igual a $zV$.

2. (a) Sea $S$ la porción de superficie cilíndrica de ecuación $z = 7 - y^2$, ubicada en el primer octante, y entre los planos verticales $x = 0$ y $x = 3$. Graficar $S$; parametrizar la superficie. Calcular $\iint_S y\, dS$. ¿Cuál es el valor de $\iint_{-S} 7y\, dS$? Justificar utilizando propiedades de las integrales de superficie.

   (b) Sea $C \subset R^3$ la curva paramétrica de ecuación $\vec{r}(t) = t\breve{i} + (2-t)\breve{j} + (1+t^2)\breve{k}$, con $t \in [-1, 1]$. Sea $f(x, y, z) = 9x + y - 2$. Calcular la integral de línea de $f$ a lo largo de $C$. ¿Cuánto vale $\int_C (-f)\, ds$ ? Justificar mediante propiedades adecuadas.

3. (a) Sea $S$ la cara que mira hacia arriba de un trozo del plano $z = 2$ con $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$. Sea $\vec{F}(x, y, z) = 2z\,(\breve{i} + \breve{k})$ un campo vectorial en $R^3$. Parametrizar la superficie y calcular el flujo de $\vec{F}$ a través de $S$.

   (b) Sea $\vec{F}(x, y) = xy\breve{i} + [y^2 + g(x)]\breve{j}$ un campo vectorial de $R^2$ en $V_2$. Proponer justificadamente alguna función diferenciable $g(x)$ tal que $\vec{F}$ resulte conservativo en todo $R^2$. Para el campo vectorial propuesto, indicar cuánto vale su integral de línea a lo largo de una curva: i) que comienza en $A(1, 3)$ y finaliza en $B(-1, 2)$ ; ii) suave y cerrada en el plano XY.

4. (a) Dibujar el sólido definido por: $0 \leq x^2 + y^2 \leq 5$ con $2 \leq z \leq 3$; denotar con $S$ la superficie exterior y dibujar algunos vectores normales. Considerar el campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = y^2\breve{i} + xz^3\breve{j} + (1-z)^2\breve{k}$. Hallar el valor del flujo neto saliente : $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$. Justificar todos los procedimientos y el teorema aplicado.

   (b) Sean $P$ y $Q$ funciones de $R^2$ en $R$. Indicar, justificando, cuáles de las siguientes son necesarias para que se verifique la igualdad $\oint_C [P\, dx + Q\, dy] = \iint_D [Q_x - P_y]\, dx\, dy$.
   i) $P = P(x)$, $Q = Q(y)$.
   ii) $C \subset R^2$ es una curva que encierra a la región $D \subset R^2$.
   iii) $P(x, y)\,\breve{i} + Q(x, y)\,\breve{j}$ es un campo vectorial de clase $C^1$ en $D \bigcup \partial D$.
   iv) $P_x + Q_y = 0$.